УДК 519.816

Снитюк В.Е.
Черкасский государственный технологический университет, Черкассы, Украина
E-mail: snytyuk@gmail.com

Композиционное преодоление неопределенности в задачах нелинейной многофакторной оптимизации

В статье предложен новый подход к решению задачи многофакторной нелинейной оптимизации, базирующийся на использовании идей и принципов теории вероятностей, теории неопределенности и эволюционного моделирования. Его преимуществом является отсутствие требований к оптимизируемой функции и нахождение ее глобального оптимума.

Введение

Процесс решения задачи многофакторной нелинейной оптимизации сопровождают проблемы, заключающиеся в оптимальном выборе начальной точки поиска, выборе шага поиска решения по каждому фактору и т.п. Кроме того, оптимизируемая функция должна удовлетворять условиям гладкости по каждой переменной. Указанные аспекты не позволяют эффективно решать задачу, а зачастую, в процессе поиска получаются неверные решения. Причиной этого является нахождение локальных экстремумов, а не глобального оптимума.

Сложность задачи нелинейной многофакторной оптимизации и ее соответствие сложности и многогранности окружающего мира требует разработки эффективных методов поиска решений с использованием компьютерной техники, новых идей, принципов, моделей и методов. Одним из таких подходов к рассмотрению указанной задачи и является интеграция эволюционного моделирования с элементами классической теории вероятностей и теории нечетких множеств, или, как ее еще называют, теории неопределенности. Концептуально это представляет композицию детерминированности, объективной и субъективной неопределенности.

Постановка задачи

Рассмотрим модель типа “черного ящика”. Пусть X - вектор входных переменных (факторов), $X = (X_1, X_2, ..., X_q)$, Y - выходная переменная (отклик). Преобразование $X \xrightarrow{F} Y$ задано по данным наблюдений или экспериментов таблично. Предположим, что в результате решения задачи идентификации зависимость $Y = F(X) = F(X_1, X_2, ..., X_q)$ получена. Она может быть кусочно-непрерывной и должна быть ограниченной. Тогда, задача заключается в поиске

$$\max_{x \in D(F)} F(X_1, X_2, ..., X_q), \tag{1}$$

где $D(F)$ - область определения функции F. Будем считать, что область $D(F)$ является известной и ограниченной. Задана также точность δ предполагаемого оптимального решения x_{opt}, указывающая на то, что $|x - x_{opt}| < \delta$, где x - допустимое решение.

Модели и метод поиска глобального оптимума целевой функции

Известно, что методами, представляющими эволюционное моделирования, являются генетические алгоритмы, эволюционное программирование, эволюционные стратегии, генетическое программирование [1]. Предварительный анализ показал, что наиболее приемлемым для решения задачи многофакторной нелинейной оптимизации является генетический алгоритм [2]. Его сущность в классическом изложении, заключается в том, что значения оптимизируемой функции, называемой функцией приспособленности (fitness-function), определяют меру оптимальности аргумента, или, как некоторой особи, степень приспособленности к окружающей среде. Согласно теории природного отбора Ч. Дарвина, выживают и размножаются сильнейшие особи, т.е. те, у которых приспособленность выше. Допускаются также и мутации, но с небольшой вероятностью.

Без ограничения общности будем рассматривать задачу однофакторной оптимизации, т.е. задачу поиска

$$\max_{x \in D(f)} f(x), \tag{2}$$

а также сделаем соответствующие обобщения. В задаче (2) областью определения рассматриваемой функции есть отрезок, т.е. $D(f) = [a, b]$. В соответствие с требуемой точностью результата δ определим разбиение отрезка $[a, b]$:

$$\lambda([a, b]) = x_0 < x_1 < ... < x_n.$$

Количество точек разбиения $n = g(\delta)$, где g - некоторая функция. Ее аналитический вид приведен в [3]. Точки разбиения $\{x_0, x_1, ..., x_n\}$ представляют генеральную совокупность решений. Определяем биекцию полученных точек и подмножества целых чисел $Z_p = \{1, 2, ..., n\}$, также соответствующих двоичных представлений B_p. Для эффективной работы случайным образом согласно равномерному распределению выбирают репрезентативную популяцию представителей среди элементов Z_p. Ее размер $k << n$. Осуществляя преобразование представителей из Z_p в соответствующие реальные значения $x_i \in D(f)$, вычисляем значения функции $f(x_i)$, $i = \overline{1, k}$.

В классическом варианте генетического алгоритма далее среди всех решений-представителей выбирают те, которые имеют наибольшие значения функции приспособленности. Их бинарные представления участвуют в рекомбинациях, в результате которых получают по два решения-потомка. Одно из них, или два помещают в популяцию следующего поколения. Путем такого итерационного отбора получают популяцию со значениями, близкими к оптимальному решению. Для того, чтобы процесс не сошелся к локальному минимуму, применяют оператор мутации. С его помощью с определенной вероятностью осуществляют инверсию одного или нескольких битов в двоичном представлении представителя-решения, тем самым уводя процесс от точки локального оптимума. Если же процесс поиска будет возвращаться к той же точке, следовательно, она и будет глобальным экстремумом.

Для генетического алгоритма предложены многочисленные способы выбора родителей и механизмы отбора потомков, исследованы их преимущества и недостатки, определена специфика их использования для решения различных задач.

Такие модификации генетического алгоритма имеют один общий недостаток, который заключается в том, что исследователь в процессе поиска участвует пассивно. Кроме того, постоянное использование исключительно равномерного распределения значительно увеличивает время решения задачи. Композиционное преодоление неопределенности заключается в управлении процессом поиска оптимального решения. Иллюстрация соответствующей процедуры приведена на рис. 1.

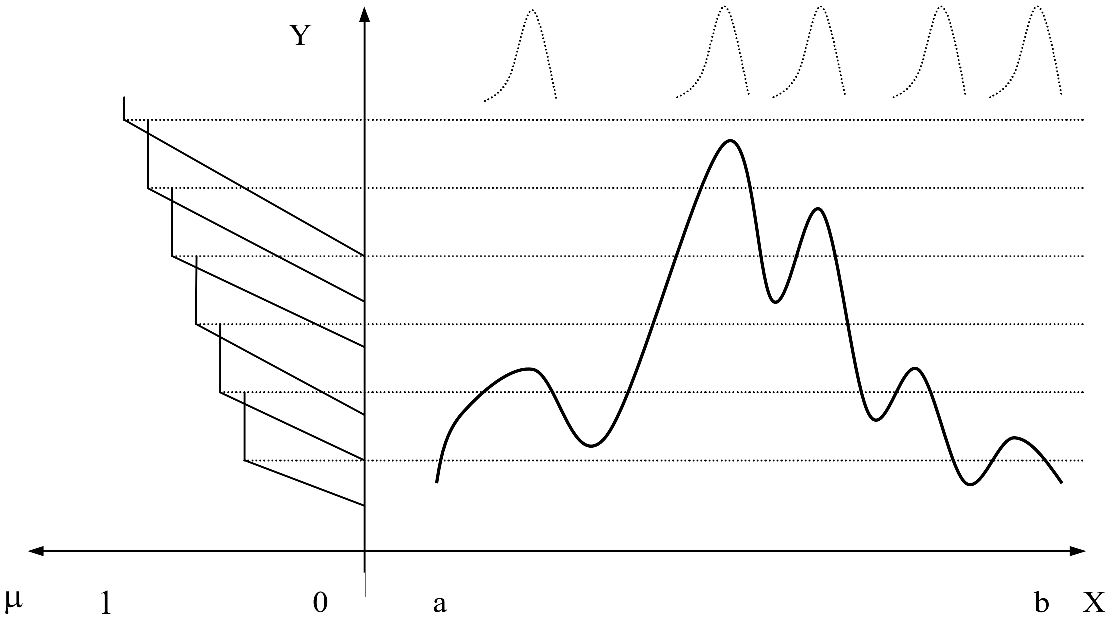

Рисунок 1 - Компоненты процедуры поиска оптимального решения

Алгоритм поиска глобального максимума функции $y = f(x)$ содержит такие шаги:

Шаг 1. Определить генеральную и представительскую популяции решений.

Шаг 2. Установить соответствие между элементами представительской популяции как вещественными числами, целыми числами и их двоичными представлениями.

Шаг 3. Определить процентное соотношение p количества переходящих на следующий шаг поиска экстремума точек.

Шаг 4. Положить $i = 1$.

Шаг 5. Вычислить значения оптимизируемой функции в точках представительской популяции.

Шаг 6. Построить функцию принадлежности $\mu^{i}_{|y-y_{opt}|<\varepsilon} f(x)$, определяющую меру уверенности в том, что решение-представитель x близкое к оптимальному. График функции принадлежности характеризуют такими параметрами: α - левый коэффициент скошенности [4], h - высота, указывающая на меру уверенности. Определим также h - срез множества $D(f)$ как множество

$$M_h^i = \{x \in D(f) / \mu^i_{|y-y_{opt}|<\varepsilon} f(x) > h\}. \quad (3)$$

Шаг 7. С учетом шага 3 определяем множество точек $\{x_i\}$, принадлежащих множеству M_h^i и для которых выполнено неравенство $|x_i - x_j| > \varepsilon^*$, где $\varepsilon^* > \varepsilon$.

Шаг 8. Для соответствующих целых представлений $\{x_i\}$ генерируем нормально распределенные последовательности $\{z_i^j\}$ с математическим ожиданием $Mz_i = x_i$ и среднеквадратическим отклонением σ_i. При этом необходимо требовать выполнения равенства $\sum_i \sum_j z_i^j = k$.

Шаг 9. Из элементов последовательности $\{z_i^j\}$ формируем новую представительскую популяцию, допуская мутации каждого элемента с вероятностью 0,01.

Шаг 10. Если $M_h^i = \varnothing$, то переход на шаг 11, иначе $i = i + 1$ и переход на шаг 5.

Шаг 11. Выполнение дополнительных процедур для уточнения оптимального решения. Конец.

В многофакторном случае алгоритм отличается лишь количеством операций, а также выбором точности решения для каждого фактора или определением интегральной точности, что требует дополнительных исследований. В общем случае, для решения задачи многофакторной оптимизации остаются еще ряд проблем и неисследованных вопросов. Так неизвестно, как определять величины среднеквадратического отклонения при известном среднем значении для каждого локального оптимума. Необходимо также разработать процедуру оптимального построения последовательности функций принадлежности.

Заключение

Предложенные модели и алгоритм решения задачи нелинейной многофакторной оптимизации являются эффективнее классического генетического алгоритма. В отличие от последнего, все шаги разработанного алгоритма являются направленными на приближение к оптимальному решению. В классическом генетическом алгоритме значительные временные затраты приходятся на случайный непроизводительный поиск. От попадания в локальный экстремум страхует применение мутации. Отметим, что в предложенном алгоритме отсутствуют оператор кроссовера.

Результаты проведенных экспериментов и сравнительный анализ классического генетического алгоритма и разработанного метода показали сокращение времени поиска на 15-20% и увеличение точности результата.

Литература

1. Исаев С.А. Разработка и исследование генетических алгоритмов для принятия решений на основе многокритериальных нелинейных моделей / Автореф. дисс. к.т.н. – Н. Новгород: НГУ, 2000. – 18с.
2. Kenneth A. De Jong. An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems // PhD thesis. – University of Michigan. – 1975. – 252p.
3. Шарапов В.М., Снитюк В.Е. Биокибернетический метод определения оптимума в условиях неопределенности // Искусственный интеллект. – 2002. - №4. – С. 123-130.
4. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. - М.: Радио и связь, 1990. - 286 с.

Композиционное преодоление неопределенности в задачах нелинейной многофакторной оптимизации

В статье предложен новый подход к решению задачи многофакторной нелинейной оптимизации, базирующийся на использовании идей и принципов теории вероятностей, теории неопределенности и эволюционного моделирования. Его преимуществом является отсутствие требований к оптимизируемой функции и нахождение ее глобального оптимума.

Composite overcoming of indeterminacy in the tasks of nonlinear multifactor optimization

In the paper the new approach to a solution of the task of multifactor nonlinear optimization based on use of ideas and principles of the theory of probabilities, theory of indeterminacy and evolutionary modelling is offered. It advantage is the lack of the requirements to optimized function and determination it of a global optimum.

Композиційне подолання невизначеності в задачах нелінійної багатофакторної оптимізації

У статті запропоновано новий підхід до розв’язання задачі багатофакторної нелінійної оптимізації, що базується на використанні ідей і принципів теорії ймовірностей, теорії невизначеності та еволюційного моделювання. Його перевагою є відсутність вимог до функції, оптимум якої шукається, і знаходження глобального оптимуму.

Донецк: Искусственный интеллект. – 2004. − № 4. − С. 207-210.