

УДК 004.89:614.841.4

*П. Кучер, В. Снитюк*

Академия пожарной безопасности имени Героев Чернобыля,  
Черкасский государственный технологический университет, г. Черкассы  
kucherpp@ukr.net, snytyuk@gmail.com

## Формализация задачи комплектования и эволюционные аспекты ее решения

В статье рассмотрена технология решения задачи комплектования аварийно-спасательной техники с использованием многокритериальной оптимизации, последовательного анализа вариантов и эволюционного моделирования. Разработаны модели, служащие информационно-аналитическим базисом формирования интегрального критерия.

### Описание предметной области

Современные аспекты функционирования служб МЧС Украины следуют из необходимости решения ряда задач в критических условиях и условиях неопределенности. Актуальность задачи комплектации аварийно-спасательной техники (КАСТ) определяется динамикой роста ситуаций, в которых необходимым является ее использование, а также увеличением техногенной нагруженности окружающей среды. На практике решение задачи КАСТ принимается ответственным лицом, исходя из собственного опыта, следствием чего при выполнении аварийно-спасательных работ зачастую является отсутствие необходимого инструментария вообще, или невозможность выполнения задания в полном объеме.

Задача КАСТ является логическим продолжением ряда задач, решение и автоматизация решения которых является необходимым условием эффективного функционирования служб спасения, и решаемых ранее с использованием технологий Soft Computing. К ним относятся, в частности, задача определения оптимального маршрута следования пожарного расчета к месту пожара с оптимизированным пространством поиска [1], пути и времени распространения огня к особо опасному объекту [2].

Современное состояние в рассматриваемой области характеризуется значительно расширенным ассортиментом противопожарной и спасательной продукции, снятием ограничений на импорт зарубежных образцов, но существованием определенного дефицита финансовых ресурсов. Нельзя также не обратить внимание на необходимость обеспечения широкой функциональности и максимальной мощности оборудования.

Очевидно, что задача КАСТ имеет много общего с известной задачей упаковки в контейнеры [3]. Задача упаковки в контейнеры заключается в размещении объектов предопределенной формы таким образом, чтобы число использованных контейнеров было наименьшим или объем объектов был наибольшим. В задаче КАСТ целевая функция задачи об упаковке преобразовывается в ограничения на габаритные размеры элементов. Целевыми функциями являются функциональность, мощность, стоимость, другие характеристики элементов АСТ. Поэтому первоочередной задачей является

формирование интегрального критерия и представление потенциальных решений задачи. Аспекты ее решения предложены ниже.

## Постановка задачи

Пусть множество  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  представляет ассортимент аварийно-спасательной техники. Каждый элемент множества  $X$  принадлежит к одному из классов множества  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ , где  $k \ll n$ . Предположим, что в комплект должно входить оборудование из каждого из  $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$  классов,  $m < k$ , т.е.  $\{X_{i_1}^1, X_{i_2}^1, \dots, X_{i_j}^1\} \subset C_1, \dots, \{X_{i_1}^m, X_{i_2}^m, \dots, X_{i_m}^m\} \subset C_m$ . Каждому элементу множества  $X$  поставим в соответствие совокупность значений:

$$X_q \rightarrow \langle F_{1_q}, F_{2_q}, F_{3_q}, a_q, b_q, c_q \rangle, \quad (1)$$

где  $F_{1_q}$  – значение функциональности  $q$ -го элемента;  $F_{2_q}$  – значение его производительности (мощности);  $F_{3_q}$  – цена элемента;  $a_q, b_q, c_q$  – его габаритные размеры,  $q = \overline{1, n}$ .

Сделаем упрощающие замечания. Пусть все элементы имеют форму прямоугольного параллелепипеда и они должны быть размещены в прямоугольном контейнере. Кроме того, в контейнере должны быть по одному элементу из каждого класса.

Задача КАСТ сводится к задаче многокритериальной оптимизации:

$$F_1(x) \rightarrow \max, F_2(x) \rightarrow \max, F_3(x) \rightarrow \min, \quad (2)$$

где  $x = (x_{i_1}^1, x_{i_2}^2, \dots, x_{i_m}^m), x_{i_j}^j \in C_j$  при ограничениях:

$$F_1(x_{i_j}^j) \geq F_{1\min}^j, F_2(x_{i_j}^j) \geq F_{2\min}^j, F_3(x_{i_j}^j) \leq F_{3\max}^j, F_i(\cdot) > 0, i = \overline{1, 3}, \quad (3)$$

$$0 < a_q(x_{i_j}^j) < \max\{a, b, c\}, 0 < b_q(x_{i_j}^j) < \max\{a, b, c\}, 0 < c_q(x_{i_j}^j) < \max\{a, b, c\}, \quad (4)$$

где  $a_q(x_{i_j}^j), b_q(x_{i_j}^j), c_q(x_{i_j}^j)$  – габаритные размеры элемента АСТ,  $a, b, c$  – габаритные размеры контейнера.

Задача (2)-(4) может быть сведена к задаче дискретного сепарабельного программирования [4]:

$$\text{найти } \max F(x) = \sum_{i=1}^N F_i(x_i),$$

при ограничениях:

$$g_p(x) = \sum_{i=1}^N g_p(x_i) \leq g_p^*, \quad p = \overline{1, q},$$

$$g_p(x) = \sum_{i=1}^N g_p(x_i) \geq g_p^*, \quad p = \overline{q+1, Q},$$

где  $F_i(x_i), g_p(x_i)$  – функции дискретного аргумента, заданные таблично.

Известно, что задачи такого рода относят к NP-полным. Но, очевидно, что в постановке (2)-(4) могут быть сделаны предположения, упрощающие процесс ее решения. Нам представляется рациональным использовать идеи решения задач многокритериальной оптимизации [5, 6], метода последовательного анализа вариантов [4, 7] и эволюционного моделирования [8].

## Информационно-аналитические модели

В основе эффективного решения задачи (2)-(4) лежат такие предпосылки:

1. Формирование комплекса моделей, которые позволят осуществить идентификацию критериальных функций.
2. Разработка интегрального критерия, получение значений которого позволит установить предпочтения на множестве вариантов.

Рассмотрим задачу формирования комплекса моделей, которые составляют информационно-аналитический базис исследования. Известно, что при создании сложных систем традиционно [9] используют модели строения, функционирования и развития.

В нашем случае модель строения имеет вид:

$$M_s = \langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle, \quad (5)$$

где  $n$  – количество элементов АСТ. Модель строения является базисом, который предназначен для формирования множества элементов и структуры при комплектовании АСТ.

Модель функционирования

$$M_f = \langle G_1, G_2, \dots, G_n \rangle, \quad (6)$$

где  $G_i, i = \overline{1, n}$ , – преобразование, которое реализуется  $i$ -м элементом, причем  $Y_i = G_i(I_i, R_i, P_i)$ ,  $Y_i$  – некоторая характеристика, которая определяется преобразованием  $G_i$  и указывающая на его результат,  $I_i$  – априорная информация о типах аварийных ситуаций, их масштабах и возможных последствиях,  $R_i$  – материальные и энергетические ресурсы, необходимые для функционирования элемента  $X_i$  и получения значения  $Y_i$ ,  $P_i$  – особенности процесса преобразования  $\langle I_i, R_i \rangle \rightarrow Y_i, i = \overline{1, n}$ .

Третью модель – модель развития представим, используя принадлежность элементов классам

$$M_d = \langle (X_{i_1}^1, X_{i_2}^1, \dots, X_{i_{j_1}}^1), \dots, (X_{i_1}^m, X_{i_2}^m, \dots, X_{i_{j_m}}^m) \rangle, \quad (7)$$

где  $m$  – количество классов элементов АСТ, выполняющих подобные функции. В пределах каждой совокупности элементы могут быть упорядочены по уровню функциональности, мощности и по стоимости. Возможны также варианты упорядочения по значению габаритов.

Предложенные модели образуют базис для формирования критериев, которые будут использованы при принятии решений по выбору оптимального варианта комплектации АСТ в условиях ресурсного дефицита.

## Особенности построения интегральной целевой функции

Задача комплектования АСТ имеет особенности, к которым относятся многокритериальность, разноразмерность значений критериальных функций, слабоструктурированность. Рассмотрим аспекты формирования интегрального критерия (целевой функции), исходя из известных методов решения задач многокритериальной оптимизации [10]. Заметим, что функции (2) могут задаваться таблично, так и иметь вид аналитических зависимостей.

1. Метод главного критерия. Предположим, что главным критерием является стоимость элемента АСТ. Тогда задача (2)-(4) преобразуется к такому виду:

$$F_3(x) \rightarrow \min, x = (x_{i_1}^1, x_{i_2}^2, \dots, x_{i_m}^m), x_{i_j}^m \in C_j, \quad (8)$$

$$x \in D, D = \{x / F_{i_{\min}} < F_i(x), i = \overline{1,2}\} \quad (9)$$

и выполнено (4). В задаче (8)-(9)  $F_{j_{\min}}, j = \overline{1,2}$ , – минимально возможное значение  $i$ -го критерия. Таким образом, получаем задачу однокритериальной оптимизации. Ее решение в случае известных значений  $F_1, F_2, F_3$  для всех элементов сводится к поиску

$$x_1^* = \max_{x \in D} F_3(x), \quad (10)$$

где  $D$  – область, в которой выполняются ограничения (3) и (4). Если  $x_1^* \in D$ , то решение найдено, если нет – ищем

$$x_2^* = \max_{\substack{x \in D \\ x \neq x_1^*}} F_3(x) \text{ и т. д.} \quad (11)$$

Если  $\exists x_i^* : x_i^* = \max_{x \in D} F_3(x), x_i^* \in D$ , то задача имеет решение, в противном случае – решения нет.

2. Метод линейной свертки. Необходимыми условиями реализации метода являются:

- нормализация значений критериальных функций;
- определение весовых коэффициентов критериев.

Тогда интегральный критерий будет таким:

$$F(x) = \alpha_1 F_1(x) + \alpha_2 F_2(x) - \alpha_3 F_3(x) \rightarrow \max, \quad (12)$$

где  $\alpha_i > 0, i = \overline{1,3}, \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1$ . Если известны значения критериальных функций и интегрального критерия на множестве контрольных точек (элементах АСТ), то коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  могут быть рассчитаны, например, по методу наименьших квадратов. Однако, это не всегда возможно, тем более, что, скорее всего, в массиве начальных данных будет иметь место мультиколлинеарность факторов и результат будет смещенным. В других случаях необходимо использовать техники обработки экспертных оценок.

3. Метод идеальной точки. Идеальной называется такая точка  $(x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ , что  $x_i^* = \max_{x \in D} F_i(x), i = \overline{1,3}$ . Решив задачи однокритериальной оптимизации, идеальная точка будет найдена. Тогда дальнейшее решение заключается в поиске такой точки:

$$x^* = Arg \min_{x \in D} \left( \sum_{i=1}^3 (F_i(x) - x_i^*)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

Значения критериальных функций должны быть нормированы и если критериальные функции имеют весовые коэффициенты, то задачу (13) перепишем в виде:

$$x^* = Arg \min_{x \in D} \left( \sum_{i=1}^3 \alpha_i (F_i(x) - x_i^*)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

где  $\alpha_i > 0, i = \overline{1,3}, \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1$ .

Существуют и другие методы решения задач многокритериальной оптимизации, такие как выбор по количеству доминирующих критериев, метод последовательных уступок, последовательного ввода ограничений и т.д., но все они требуют привлечения дополнительной информации, которой может и не быть. Потому для решения нашей задачи мы остановились на вышеприведенных трех методах.

## Предварительные шаги, сокращающие количество вариантов решения задачи

1. Удаление возможных вариантов решения задачи, которые строго доминируются хотя бы одним из других вариантов. Заметим, что такая операция может быть выполнена в начале реализации поиска решения задачи, если мощность множества вариантов сравнительно небольшая. Если это не так, то проверка на доминирование осуществляется в процессе решения задачи для каждого элемента отдельно.

2. Необходимо осуществить предварительную проверку, не существует ли такого элемента АСТ, что

$$(a_q > \max\{a, b, c\}) \vee (b_q > \max\{a, b, c\}) \vee (c_q > \max\{a, b, c\}); \quad (15)$$

не существует ли такого набора элементов АСТ, что

$$\left(\sum_{q=1}^3 a_q > \max\{a, b, c\}\right) \vee \left(\sum_{q=1}^3 b_q > \max\{a, b, c\}\right) \vee \left(\sum_{q=1}^3 c_q > \max\{a, b, c\}\right). \quad (16)$$

Если элементы или наборы элементов удовлетворяющие (15) или (16), соответственно, существуют, то их необходимо удалить а priori, или в процессе решения задачи. Аналогично, используя схему последовательного анализа вариантов, удаляем варианты, общая функциональность или мощность которых меньше минимально возможной, а также те, стоимость которых превышает допустимую величину.

## Основные направления решения задачи

Поскольку необходимо найти оптимум функции, заданной таблично, при указанных ограничениях, и о свойствах которой ничего не известно, то нам представляется рациональным применение эволюционного моделирования. Выбор метода эволюционного моделирования является прерогативой исследователя.

Предположим, что мы используем генетический алгоритм [11]. Известно, что его реализацию сопровождают две проблемы: формирование целевой функции и представление потенциальных решений в виде бинарных хромосом. В нашей задаче целевая функция уже получена. Для формирования хромосом-решений предложим такой подход. Поскольку решение является набором из  $m$  элементов, то и длина хромосомы будет  $m$ . Каждая ее позиция отвечает одному элементу АСТ. Все элементы хромосомы принадлежат одному классу.

Каждый элемент имеет 3 фрагмента. Первый соответствует значению функциональности, второй – мощности, а третий – стоимости. Таким образом, хромосома-решение будет иметь  $3m$  фрагментов. На начальном этапе все значения характеристик элементов были нормированы, их значения находятся в отрезке  $[0, 1]$ . Далее применяются все известные процедуры генетического алгоритма. Заметим, что полученное решение может не соответствовать ни одному потенциальному варианту. Тогда необходимо найти ближайшее к нему решение по критерию минимума среднеквадратического расстояния. Применение генетического алгоритма предпочтительно в том случае, когда известны значения частных критериальных функций. Для решения задачи также рациональным является применение эволюционных стратегий [12].

## Выводы

Рассмотренная задача комплектования аварийно-спасательной техники является сложной многокритериальной задачей. Ее сложность зависит от качества элементов АСТ и носителей, на которые они будут установлены. Новые образцы техники, их эволюция указывают на необходимость поиска оптимального решения задачи КАСТ. Технология, которая предлагается в статье, базируется на элементах трех составляющих: многокритериальной оптимизации, последовательного анализа вариантов, эволюционного моделирования и объединяет в себе их преимущества. Перспективным является композиционное использование эволюционного моделирования и последовательного анализа вариантов. Определение порядка такого использования, оптимизация параметров, исследование точности составляет самостоятельную актуальную научную задачу. В настоящее время проводятся эксперименты по разработке быстродействующих алгоритмов на основе предложенного подхода. Кроме того, поскольку большинство элементов АСТ имеют многоцелевое назначение, различные аварийно-спасательные задачи с их помощью могут решаться с разной эффективностью то задача комплектования с учетом этого фактора требует применения методов теории нечетких множеств.

## Литература

1. Snytyuk V., Dghulay O. Evolutionary technique of shorter route determination of fire brigade following to fire place with the optimized space of search // information Technologies and Knowledge. – 2007. – Vol. 1. – № 4. – Pp. 325-332.
2. Снитюк В., Биченко А. Эволюционное моделирование процесса распространения пожара // Bulgaria, Varna. Proc. XIII-th Int. Conf. Knowledge-dialogue-Solution”, 2007 (June). – Pp. 247-254.
3. Lodi A., Martello S., Vigo D. Recent advances on two-dimensional bin packing problems. Discrete Appl. Math., 2002. – Vol. 123. – Pp. 379-396.
4. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. – М.: Наука, 1982. – 286 с.
5. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений. – Санкт-Петербург: BHV, 2005. – 416 с.
6. Волошин О.Ф., Машенко С.О. Теория принятия решений. – К.: Киевский университет, 2006. – 304 с.
7. Модели та методи оптимізації надійності складних систем // Волкович В.Л., Волошин О.Ф. и др.– Киев, Наукова думка, 1993. – 312 с.
8. Michalewicz Z. Genetic Algorithms+Data Structures=Evolution Programs. – Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 1996. – 387 p.
9. Тимченко А.А., Родионов А.А. Основы информатики системного проектирования объектов новой техники. – К.: Наукова думка, 1991. – 231 с.
10. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. – Москва, Логос, 2003.
11. Holland J.H. Adaptation in natural and artificial systems. An introductory analysis with application to biology, control and artificial intelligence. – London: Bradford book edition, 1994. – 211 p.
12. Rechenberg I. Evolutionsstrategie “94”. – Stuttgart-Bad Gannstatt: Frommann Halzboog. – 1994. – 434 p.

*П. Кучер, В. Снитюк*

### **Формалізація задачі комплектування та еволюційні аспекти її розв'язання**

В статті розглянута технологія розв'язання задачі комплектування аварійно-рятувальної техніки з використанням багатокритеріальної оптимізації, послідовного аналізу варіантів та еволюційного моделювання. Розроблені моделі, які є інформаційно-аналітичним базисом формування інтегрального критерію.

*P. Kucher, V. Snytyuk*

### **Formalization of a acquisition problem and evolutionary aspects of its solving**

In this paper the problem decision technology of a rescue technics acquisition with use multiobjective optimization, the consecutive analysis of variants and evolutionary modelling is considered. The models which are information-analytical basis for forming of integrated criterion are developed.

*Статья поступила в редакцию 30.05.2009.*